3. CVIČENÍ Z ADS 1

Óčková notace a BFS

1 Asymptotika.

Rozhodněte, jestli platí následující vztahy. Pokud neplatí, jaký by byl korektní vztah? Lze nějaké tvrzení naopak zesílit?

- $\log_{100} n \in o(\log_2 n)$
- $n^2/(\log_2 n) \in \Omega(n^{1.99})$
- $\log_2 n/(\log_2 \log_2 n) \in \omega(\log_2 \log_2 n)$
- $n! \in \Theta(e^n)$
- Pokud $f \in O(h)$ a $g \in O(h)$, pak $f + g \in O(h)$

2 BFS se zásobníkem.

Co by se stalo, kdybychom v BFS vyměnili frontu za zásobník, ale jinak algoritmus neměnili? Jak se bude lišit takové „BFS se zásobníkem“ od DFS? Najděte graf, kde se tyto algoritmy chovají jinak, tedy navštíví vrcholy v jiném pořadí.

3 Zachovávání souvislosti.

Mějme souvislý neorientovaný graf. Chceme nalézt nějaké pořadí odtrhávání vrcholů, že graf po každém odtrhnutí vrcholu zůstane souvislý.

4 BFS a bipartitní grafy.

Jak pomocí BFS otestovat, jestli je zadaný neorientovaný graf bipartitní? (Může být souvislý i nesouvislý.)

5 BFS a nejkratší cesty.

Jak upravit BFS, aby bylo možné pro každý vrchol vypsat nějakou nejkratší cestu z v_0 (počátečního vrcholu BFS)? A jak určit počet nejkratších cest z v_0 do v pro každý vrchol v při zachování lineární časové složitosti? (Počítání s velkými čísly pro jednoduchost zvládneme v čase $O(1)$.)

6 BFS pomáhá kulhavému koni.

Na jisté šachovnici žil kulhavý kůň. To je zvláštní šachová figurka, která v sudých tazích táhne jako jezdec, v lichých jako pěšec. Vymyslete algoritmus, který z jednoho zadaného políčka dokulhá na druhé na nejmenší možný počet tahů.

7 BFS pomáhá rozbitému autu v Manhattanu.

Mějme mapu Manhattanu: čtverečkovou mřížku, křížení čar odpovídají křižovatkám, úsečky mezi nimi jednotlivým streets a avenues (z nichž některé jsou neprůjezdné kvůli dopravní zácpě). Zrovna se nám v jedné ulici porouchalo auto, nebliká mu levý blinkr (směrovka), takže může jezdit pouze rovně a odbočovat doprava. Nalezněte nejkratší cestu do servisu (pro jednoduchost je v Manhattanu jen jeden).

Bonusové úlohy:

8 BFS pomáhá Théseovi.

Hrdina Théseus se vypravil do hlubin labyrintu a snaží se najít poklad. Chodbami labyrintu se ovšem pohybuje hladový Mínótauros a snaží se najít Thésea. Labyrint má tvar čtvercové sítě $n \times n$, jejíž každé políčko je buďto volné prostranství, anebo zeď. Známe mapu labyrintu a počáteční polohy Thésea, Mínótaura a pokladu. Théseus se v jednom tahu pohne na vybrané sousední políčko. Poté se vždy dvakrát pohne o políčko Mínótauros: pokaždé se pokusí zmenšit o 1 rozdíl své a Théseovy x-ové souřadnice, pokud to nejde, pak y-ové, pokud nejde ani to, stojí. Poraďte Théseovi, jak má dojít k pokladu a vyhnout se Mínótaurovi.