6. CVIČENÍ Z ADS 1

Hledání nejkratších cest a záporných cyklů s Dijkstrou, Bellmanem a Fordem

1 Rozcvička.

Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo k?

2 Nejpravděpodobnější cesta.

Počítačovou síť popíšeme orientovaným grafem, jehož vrcholy odpovídají routerům a hrany linkám mezi nimi. Pro každou linku známe pravděpodobnost toho, že bude funkční. Pravděpodobnost, že bude funkční nějaká cesta, je dána součinem pravděpodobností jejích hran. Jak pro zadané dva routery najít nejpravděpodobnější cestu mezi nimi?

3 BF a záporné cykly

Upravte Bellmanův–Fordův algoritmus, aby uměl detekovat záporný cyklus dosažitelný z vrcholu v_0. Uměli byste tento cyklus vypsat?

4 Jak dědeček ve směnárně měnil, až vyměnil

Směnárna obchoduje s n měnami (měna číslo 1 je koruna) a vyhlašuje matici kurzů K. Kurz K_{ij} říká, kolik za jednu jednotku i-té měny dostaneme jednotek j-té měny. Vymyslete algoritmus, který zjistí, zda existuje posloupnost směn, která začne s jednou korunou a skončí s více korunami.

5 Další varianty relaxačního metaalgoritmu.

Uvažme následující dva relaxační algoritmy:

- Provedeme n fází, v každé zrelaxujeme všechny vrcholy s ohodnocením $h(v) < \infty$.
- Provedeme n fází, v každé projdeme všechny hrany uv a pokud $h(v) < h(u) + \ell(uv)$, tak snížíme $h(u)$.

Spočtou tyto algoritmy vzdálenosti z v_0 na grafu bez záporných cyklů? Jakému algoritmu se podobají?

6 Mocniny matice sousednosti

Mějme neorientovaný graf a jeho matici sousednosti. Co nám říká n-tá mocnina této matice?

Bonusové úlohy:

7 Dijkstra exponenciální se zápornými hranami (z minula).

Najděte příklad grafu s ohodnocenými hranami, ale bez záporných cyklů, na němž Dijkstrův algoritmus poběží exponenciálně dlouho.

8 Zastavení relaxačního metaalgoritmu.

Dokažte, že v grafu bez záporných cyklů se obecný relaxační algoritmus zastaví, ať už vrchol k relaxaci (uzavření) vybíráme libovolně.